Exercices Série 14

Soit le triangle Δ défini par les trois points $A = (0,0), B = (1,0), C = (1,1)$.

1) Quelle est l'image du triangle ci-dessus si on lui applique la transformation linéaire suivante :

$$f : \Delta \to \mathbb{R}^2$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

   De quel type de transformation s'agit-il ?

2) Mêmes questions pour l'application linéaire suivante :

$$f : \Delta \to \mathbb{R}^2$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) Mêmes questions pour l'application linéaire suivante :

$$f : \Delta \to \mathbb{R}^2$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4) Trouvez l'application effectuant une symétrie sur l'axe X_1 du triangle ci-dessus.

Réponses

1) L'image est le triangle formé par $f(A) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, f(B) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}, f(C) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

   Il s'agit d'une translation du triangle (+2 sur l'axe des X_1 et +3 sur l'axe X_2).

2) L'image est le triangle formé par $f(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, f(B) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}, f(C) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

   Il s'agit d'une dilatation : on agrandit le triangle d'un facteur 2 selon l'axe X_1 et d'un facteur 3 selon l'axe X_2.

3) L'image est le triangle formé par $f(A) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, f(B) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, f(C) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

   Il s'agit d'une projection du triangle sur l'axe X_1.

4) Il s'agit de l'application envoyant x_1 sur lui-même mais x_2 sur $-x_2$, c'est donc l'application linéaire suivante ;

$$f : \Delta \to \mathbb{R}^2$$
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$